

# オークションの設計理論とOR (1)

東京大学 松井知己

東京都立大学 渡辺隆裕

## 1. はじめに

筆者達の妻は、どちらもとても朝寝坊である。しかし、筆者(w)の妻は早起きしてコンピュータの前に座ることが日課となっていた時期がある。インターネットオークションにFAX付き留守番電話を出品した時のことである。

「見て見て！7,000円まで上がってる！」とまだ寝ている筆者を起す。インターネットを使う者は深夜の時間帯に入札することが多いため、朝起きると入札額が大きく上昇していることがよくあった。結局、このFAX電話は8,000円以上の値をつけて落札された。引っ越しの際にリサイクルショップの業者に聞いてみたところ「500円くらいなら買い取る」と言われた電話である。

彼女は、ネットオークションで物を買うこともある。ある時は、フードプロセッサが欲しくてネットオークションを物色していた。良さそうなものはいろいろあるのだが、なかなか満足しない様子である。「何が気に食わないの?」「果物がスクイーズできるようなアダプターが付いているものがいい」「そんなものあるの??」「日本ではあまり見かけないけど、ベルギーで見たことがあるの」私はそのようなものが見つかるかどうか疑問に思ったが、果たして彼女はスクイーズ付フードプロセッサがオークションされているのを見つけたのである。しかしながら、新品とされているその製品は、電源規格がヨーロッパのものであり、日本の家庭では使えない。「大丈夫」と彼女は言う。「実は、電源規格を変換するトランスを持っているの」彼女は長くベルギーに滞在したことがあるので、そのとき使った電化製品を日本で使うための「トランス」を持っていた。かくして彼女はそのフードプロセッサを1,000円で落札した。

良い時代になったわね、と彼女は言う。しかしこれは彼女にだけ良い話ではない。フードプロセッサの売り手にとっても良い話であったはずだ。「スクイーズ付きのフードプロセッサを好み、なおかつトランスを持っている日本人」はそんなにはい

ないはずである。売り手がこの製品を近所のフリーマーケットに出品しても、恐らく売れなかつただろう。良い時代になったものだ、と筆者も思った。

オークションや入札は、経済学において仮想的に語られる「市場」を物理的に実現したものと言える。昔ながらのオークションには、魚、青果、花などの卸売市場や、サザビーズ、クリスティーズと言ったオークションハウスなどがある。しかしながら、近年はインターネットの発達で、様々なビジネスの現場や私達の生活に入り込みつつある。インターネットオークションは、オンラインショッピングと並んで、C2CやB2Cにおける新しい事業形態の代表例として位置付けられている。

ビジネスだけではない。総務省のe-Japan(電子政府)構想は、政府や自治体の公共事業入札への電子入札の導入を謳っており、既に一部では電子入札が開始されている。周波数利用権、温室効果ガスの排出権、電力の卸売市場など公共的なサービスや財においてもオークションの導入が検討されている。このように、オークションの技術は、公共的な分野でも、重要な役割を果たしてゆくだろう。

ネットワーク技術は、それ単独ではなくORや数理計画の技術と結びついた時に大きな価値を産む可能性を持っている。ロジスティクスやSCMなどは、その1つの例であろう。オークションもこのような可能性を秘めており、ORは、そのような技術の研究・開発する中心的な舞台となる力を持っていると我々は考えている。

今回から2号に渡り「オークションの設計理論とOR」というタイトルで原稿を掲載させてもらうことになった。これはOR学会主催で2003年春に行なわれたシンポジウム「数理計画の理論と実装」の中で講演した内容をもとに、数理計画の研究者だけではなくOR学会の読者に広く興味を持って頂こうと書き直したものである。

取り上げる話題についてだが、先に挙げたYahooオークションのような「1つの財を売るオークション」には、ORの技術や数理計画は実はあまり関係

がない。このようなオークションについては、古くより研究がなされており、既に様々な結果が得られている。これに対し近年、「複数の財を組合せて売るオークション」が注目を集めている。このようなオークションは、整数計画法を中心とした数理計画の技術が深く関わっており、現在も未解決な課題が多く、理論的研究の必要性も高い。また、オークションには、入札者の戦略的行動によって入札額が決まるため、解析にはゲーム理論が有効である。数理計画とゲーム理論というORの2つの道具を用いて解析される複数財オークションの問題は、大変興味深くエキサイティングな分野である。そこで、この複数財オークションの話題に、多くの紙面を割きたいと考えている。

本稿をきっかけにして、ORに携わる日本の研究者や実務家の方が興味を持って頂ければと願う次第である。

## 2. オークションの目的

オークションや公共事業の入札は何のために行うのだろうか？オークションは物を高く売るため、公共事業の入札は事業を安く発注するために行う、そう考えている方は多いだろう。しかし、オークションが良いシステムであると経済学で考えられているのは、必ずしもそういう理由からではない。オークションの目的とは何か。まずこれを議論しなければオークションは語れない。複数財オークションの話の前に、1つの財を売るオークションで、オークションの目的について考えてみたい。

まず1つの財を売りたい個人（売り手）が1人の個人（買い手1）に、財を個別に売り渡す状況（相対取引）を考えよう。売り手はこの財の評価額を200円と考えており、買い手はその評価額を1,000円であると見積っているとする（図1）。2人は交渉によって財の売買額を決める。仮に700円で交渉が決着したとしよう。ここで、売り手が得をしたと考える  $700 - 200 = 500$  円を売り手の余剰、買い手が得をした  $1,000 - 700 = 300$  円を買い手の余剰と呼ぶ。売り手の余剰と買い手の余剰を足した800円を社会的総余剰と呼ぶ。この状況は財の交換が社会的価値を高めるといふ経済学のもっとも基本的な原理の1つを表現したもので、社会的総余剰は、交換が生む社会全体の価値を貨幣額に換算したものと見える。大切なことは、この社会的総余剰が交渉結果

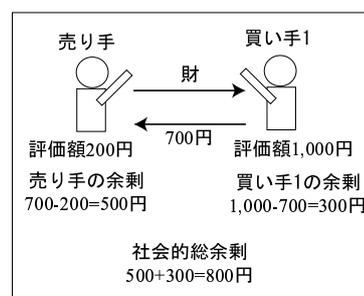


図1: 相対取引と社会的総余剰

の価格に依存しないということである。価格  $p$  円で交換が行われると、売り手の余剰は  $p - 200$  円で買い手の余剰は  $1,000 - p$  円であるから、社会的総余剰は  $(p - 200) + (1,000 - p) = 800$  で、常に800円である。

次に、この財の評価額を2,000円と考える買い手2が加わったとき（図2）、社会的総余剰を最大にするにはどうすれば良いだろうか。この場合は売り手が買い手2に財を売ることが、社会的総余剰を最大にすることが分かる。買い手2に1,200円で財を売った場合、売り手の余剰は1,000円、買い手1の余剰は0円、買い手2の余剰は800円で、社会的総余剰は1,800円となる。先ほどの買い手1だけの相対取引より1,000円高い。この場合も先ほどと同様に、社会的総余剰は売買の金額に依存しないことに注意されたい。社会的総余剰は財の配分にも依存する。社会的総余剰を最大にする財の配分を効率的資源配分<sup>1</sup>と呼ぶ。財が1つの時の効率的資源配分は、財の評価額が最も高い者に財が渡ることである。

効率的資源配分においては、全員が公平に幸せになるとは限らない。図1と図2のケースでは、買い手2が加わることで、買い手1の余剰は300円から0円になり不幸になった。しかしながら、例えば図2において、売り手と買い手2から200円ずつを徴収し買い手1にその400円を再分配することができれば、図1の場合より3者とも余剰が大きくなり幸せになる。すなわち効率的資源配分は、税制など余剰を再配分する良いシステムがあれば皆を幸せにする取引である。この（社会的総余剰を最大に

<sup>1</sup>「効率的」という単語は、経済学においては社会的な厚生を最大にするという意味を持ち、日常的に使う「効率」の概念や数理計画におけるそれとは異なることに注意されたい。

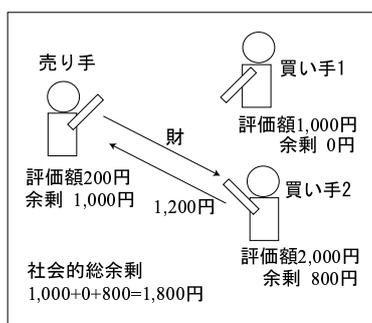


図 2: オークションと社会的総余剰

する) 効率的資源配分を達成することを、ここではオークションの**経済学的な目的**と呼ぶことにする。自分には価値がないと思われた「FAX 付き留守番電話」が、はたまた「ヨーロッパの電源規格のスクイーズ付きフードプロセッサー」が、その財にもっとも高い評価を持つ人の手に渡ることについて、「良い時代になったものだ」と「筆者」が思ったのは、このような経済学的な理由からであった。

さてこれに対し、彼女が「良い時代になったわね」と言ったのは、経済学的な理由からではない。効率的資源配分を達成するには、評価額が1番高い買い手に財が渡りさえすれば良い。極端な話、お金を支払って電話を渡しても効率的資源配分は達成される。しかし、そんなことをしたら、私が「良い時代になったものだ」としみじみ言っても、家からたたき出されるのが関の山である。「できるだけ高い値段で売り渡したい!」通常オークションで物を売るのは、やはりこのような理由からであろう。このような売り手の立場に立ち、売り手の余剰をできるだけ大きくすることを、ここではオークションの**経営学的な目的**と呼ぼう。

これらの2つの目的はオークションによって達成できるのだろうか。以下では図2の状況において、100円ずつ値段が上がって行く「競り」を考え、オークションがどのような振る舞いをするのか、簡単に見ておこう。この競りでは、値段が800円、900円と上がり、1,000円の時点で買い手1は競りから降りる<sup>2</sup>だろう。したがって買い手2は、自分の評価額は2,000円であるにもかかわらず、財を1,000円で手に入れることができる。

<sup>2</sup>もしくは1,100円であるかもしれない。正確にはゲームの解に対する検討や細かいルールが必要であるが、ここでは1,000円としておく

ここで分かることは2つある。1つは、このような競りにおいては、財に対する評価額が最も高い買い手が落札する、すなわち「競り」が効率的資源配分を達成し、経済学的な目的は達成されるということである。もう1つは、オークションによる売買価格は、(1番目に高い評価額を持つ参加者の評価額がいくらであっても)2番目に高い評価額を持つ買い手の評価額付近で決まるであろうということである。言い換えると全体の1,800円の余剰のうち、評価額が1番高い買い手と2番目の買い手の差額1,000円は買い手2に分配され、残りの800円を売り手が取るということである。こう考えると、経営学的な目的についてはよく分からない。売り手はうまくすれば、もっと大きい余剰を手に入れることができるのであろうか。これについては後ほど考察しよう。

上記のようなオークションに関する研究は経済学で盛んに行なわれ、80年代後半にはオークションの性質や振る舞いがいろいろ解明された。しかしながら、これらの結果は現実の競りやオークションをよく「説明」していたが、新しいメカニズムを設計するまでには至らなかった。当時は、「ゲーム理論や経済学は、多くの現象を後付けで説明するのは上手」と揶揄され、実際の制度やメカニズムを作り出すエンジニアリングには手が回らなかったのである。このような状況が一変するのは、アメリカの政府が、電気通信事業者や放送事業者に対し、周波数をオークションで配分しようとしたときであった。

### 3. 周波数オークション

近年、携帯電話・衛星放送などの情報通信産業の大きな発展によって、電波が希少化し利用可能な周波数帯が逼迫してきた。1993年から、アメリカの連邦通信委員会 (FCC: Federal Communications Commission) はそれまでのヒアリングや抽選などの方法から、オークションへ、周波数の割当方法を変更した。

周波数免許の割当てで問題となるのは、隣接する地域の周波数の価値が相互に関連を持つことである。事業者によっては、複数の免許を組合せて取得することで、個々の免許の価値の総和よりも価値が増したり(補完性)、減少したり(代替性)する。このような場合は、免許を1つずつ販売することが、効率的資源配分を達成するとは限らない。

簡単な例でこれを考えてみよう (表 1).  $A$  と  $B$  という 2 つの地域の周波数免許を, 1 と 2 という 2 人の事業者にオークションで売るとしよう. 事業者 1 は  $A$  と  $B$  の両方の地域で大規模に事業を行いたいと考えており, 片方の地域の免許しか取得できなければ, 免許の評価額は 1 地域につき 10 である. しかし, 両地域の免許を取得できれば評価額は総和より大きい 35 となる (補完性). 一方, 事業者 2 はどちらか一方の地域で小規模に事業を行いたいと考えており, 1 つの地域の免許が取得できれば免許の評価額は 20 であるが, 両方の地域の免許を取得できても評価額は総和より小さい 30 しかない (代替性).

表 1: 各事業者の免許に対する評価額

	免許 $A$	免許 $B$	免許 $A$ と $B$
事業者 1	10	10	35
事業者 2	20	20	30

表 1 における効率的資源配分 (評価額の総和を最大にする免許の割当) は事業者 1 に免許  $A$  と  $B$  の両方を割り当てることである. しかし, 免許  $A$  と免許  $B$  を別々のオークションにかけると, 事業者 1 の少なくとも一方の免許の入札額は  $35/2 = 17.5$  以下になってしまうであろう. したがって, 事業者 2 が 18 を入札すればその免許を得ることができる. 両方の免許を別々にオークションすれば, 事業者 1 に免許  $A$  と  $B$  の両方が割り当てられる可能性は小さい.

このような補完性を考慮して, 周波数のオークションをどう設計すべきか. FCC のオークション実施委員会には, スタンフォード大学の経済学者 Paul Milgrom や Robert Willson らが参加し, その設計に携わるようになった. 彼らが提案したオークションは「同時複数回オークション」である. 同時複数回オークションとは, 周波数帯を個別に競りにかけるのではなく, いくつかの周波数帯をまとめて競りにかけ, 複数の周波数の価格を毎回同時に上昇させ, すべての周波数の価格が上昇しなくなったところでオークションを止める, と言ったものである (詳しくは [12] や [13] を参照のこと).

このような提案に, 当初 FCC やマスコミは批判的であったが, 数ヶ月にわたるコメントや討論の中で FCC は最終的に Milgrom-Wilson 提案の支持に

傾いたと言う (鬼木 [12]). このようにして行われた FCC のオークションは, 最終的には成功に終わり, ゲーム理論が現実の制度設計に役立った成功例として, 大きく取り上げられることになったのである.

もっとも周波数オークションは成功面だけが取り上げられたわけではない. アメリカでは落札した企業が破産し, その落札額が支払われないといった混乱に直面した. またイギリスで 2000 年に行われた第 3 世代携帯電話の周波数オークションでは, 入札額が急騰し当時の換算で落札総額 225 億ポンド (当時の換算で三兆八千億円), ドイツでは更に 988 億マルク (当時の換算で五兆円) という金額に達した. これらの欧州での結果は, マスコミ等に批判され「周波数オークションの結果, 過大な事業者の負担がサービス料金へ転嫁された」とか「落札企業の経営が圧迫され, 債券の格付が低下し, 経営が不安定になった」などと言われ, 周波数オークションへの批判となった.

もっともこの批判にも反論がある. まず第 1 に, オークションの費用はサンクコストなので, 料金に転嫁されるわけがない, とするものである. また, 第 2 に価格の高騰は投機的行動によるものであって, オークションが悪いわけではない, 株が投機的行動によって, 暴騰するから株式市場は良くないとしたり, 土地バブルが良くないとして, 土地取引に規制をかけたりするようなものだ, というものである.

これらの議論は, 経済学的な論点が多いためここではこれ以上深入りしない. ただ論点として見落とされやすい点は, 周波数オークションは効率的資源配分を目的として行なわれており, 財政収入の増加を名目上目的とはしていないという点である. アメリカの FCC は特にこの点を強調し, オークションは財政収入のために行なうのではないとしている. すなわち周波数オークションは, 先に述べた経済学的な目的を達成することを使命としている. もっとも, 暗黙にはその財政収入に強い期待がかけられていたことは無視できないであろう.

なお日本では, 総務省の「電波有効利用政策研究会」の最終報告 (2002 年) において, 「周波数オークション」という形での利用権のオークションの実施は見送られることとなっている. 最終報告では, 2004 年に電波法を改正し, 10 年以上保証していた既存の電波利用者の利用権を 3 年程度に短縮, 新規にその周波数を使いたい事業者が複数いるとき

は、その「立退き料」の負担額について申告（オークション）させ、それを「評価項目」として、免許人を選定するという、裁量の余地を残した日本らしい決着となっている。

#### 4. オークションとマーケットデザイン

さてその後 Milgrom らは、他の研究者と共に、Market Design というコンサルタント会社を設立し、周波数・温室効果ガス排出権・電力市場などのオークション設計のアドバイスをを行なっている。イギリスは 2002 年、温室効果ガス削減のために、企業が削減した温室効果ガスを 3 億 5 千ドルの予算で買い取ることにした。政府は温室効果ガスの削減量 1 トン当たりいくらで買うか、また各企業は何トンの削減量をいくらで売るか。このようなオークションの設計にも Market Design はアドバイスをを行い、decending clock auction というオークションを提案した (McMillan[7])。

このような、ゲーム理論を中心とした経済理論を用いてオークションなどの制度の設計を行なう分野は、市場設計、まさに「マーケットデザイン」と呼ばれる。実験経済学の第一人者 Roth は、論文 [9] の中で「マーケットデザインは 90 年代から発展した分野であり、その代表的な成功例として、アメリカの周波数オークション、安定結婚問題 (stable marriage) を応用したアメリカの医師のジョブマーケットにおける情報交換センターの 2 つがある」と述べている。また「アメリカの電力市場の設計は、マーケットデザインとしては良いものであったが、規制論者が不完全に市場を規制して、双方の結果が継ぎはぎにされたために、カリフォルニアのような危機を招いた」ともしている。

マーケットデザインと呼ばれる分野の特徴は、「理論の構築」と「実験による検証」という自然科学において用いられてきた帰納と演繹のサイクルによる方法論を、市場設計や制度設計の方法論として用いるところにある。具体的には、ゲーム理論やマイクロ経済の理論に依拠して設計を行い、実験やシミュレーションによって、その制度がうまく働かかどうかを検証していこうとするのである (Roth[9])。Milgrom は、アメリカの周波数オークションの検討に際して、ゲーム理論に依拠したオークション理論を展開して制度を設計するだけでなく、EXCEL によるシミュレーションを行ない、プレゼンによつ

て FCC の委員を説得していったと言う (鬼木 [12])。Roth[9] は、このような「理論と実験・シミュレーション」の融合を、物理学と工学、生物学と薬学の関係になぞらえている。

マーケットデザインと呼ばれる分野は、OR の研究者が活躍できる可能性が大きく、期待されている分野である。オークションの設計は、その中でも最も典型的で具体的な問題として注目できる。これについては本稿の最後でもう一度議論しよう。

#### 5. オークションのモデル

前節までは、オークションの設計をめぐる社会的な背景や、今後の研究の方向性について解説した。ここからは、少し数式を提示しながら、複数財オークションの理論モデルについて具体的に解説してゆこう。

オークションを論じるうえで重要なことに、入札の参加者が個人的に持っている情報を、どのように提示させ、情報交換を行なっていくべきかという問題がある。この問題は、勝者の呪い (winner's curse) をどう防いで売り手の余剰を高めるか、などに関連する大切な問題であるが、かなり複雑で多くの予備知識も必要とする。本稿ではオークションにおいて重要なこの「情報の問題」については割愛し、「完備情報」と呼ばれる「入札者が、お互いの情報を分かっている」という条件のもとで話を進める。この仮定は、実際のオークションからは離れたものではあるが、入札者がどのような戦略的行動を取り、オークションがどのような挙動をするかを知る最初のステップとして悪くはない。不完備情報におけるオークションの問題については、オークション理論のテキスト Krishna[4] などを参照にされたい。

オークションの参加者を  $N = \{1, \dots, n\}$  で表し、オークションによって販売される複数の財を  $M = \{1, \dots, m\}$  とする。財の部分集合  $S \subseteq M$  に対する参加者  $i$  の持つ評価額を  $V_i(S)$  で表す。簡単のためオークションの売り手が財に対して持つ評価額は 0 であり、任意の参加者  $i$  に対し  $V_i(\emptyset) = 0$  とする。オークションとは、このような状況で参加者に何らか (多くは財に対する評価額) の入札をさせて、財の割当と支払額を決めるルールである。オークションと言うと「競り」のように相手の入札額が分かる公開オークションもあるが、本稿では各参加者が他の参加者に分からないように入札額を申告

し、売り手がそれを見て割り当てを決める**封印オークション**について議論する。以降、オークションとはこの封印オークションを指すものとする。

仮に、あるオークションによって財の割当と支払額が決まったとしよう。以下  $S_i \subseteq M$  と  $p_i$  は、参加者  $i$  に対する財の割当と支払額を表す。簡単に分かるように、財の割当は  $[\forall i, \forall j \in N, i \neq j \Rightarrow S_i \cap S_j = \emptyset]$  かつ  $[\cup_{i \in N} S_i \subseteq M]$  を満たさなければならない。値  $\sum_{k \in N} p_k$  を**売り手の余剰**と呼び、 $V_i(S_i) - p_i$  を**参加者  $i$  の余剰**と呼ぶ。

先ほど述べた**経済学的な意味**でのオークションの目的は、売り手と参加者の余剰の総和、すなわち  $\sum_{k \in N} p_k + \sum_{k \in N} (V_k(S_k) - p_k) = \sum_{k \in N} V_k(S_k)$  を最大化することである。上記の値は**社会的総余剰**と呼ばれる。上記の式から再度、確認できるように、社会的総余剰は支払い額には依存せず、財の割当のみで定まる。社会的総余剰を最大にするような財の割当を**効率的資源配分**と呼ぶ。オークションの経済学的な目的は、(社会全体の余剰を最大にする) 効率的資源配分を達成することにある。

これに対し、**経営的な意味**でのオークションの目的は、このモデルでは売り手の余剰を最大にすることと考えられる。効率的資源配分が、ここまでモデルで定義された各参加者の評価額と財の割当のみで決定できるのに対し、売り手の余剰が最大化されたかどうかは、この枠組みではまだ不足である。これに対しては、後ほど考察する。

## 6. 組合せオークション

表1で見たように、複数の財が補完性や代替性を持つ場合は、各財を個別に入札させる方法が必ずしも良いとは限らない。アメリカの周波数オークションでは、先に述べたように「複数回同時オークション」がその解決策として提示された。しかしこのオークションでは、同時にいくつかの財がオークションされているが、価格は1つ1つの財に付けられている。

これに対し、アメリカの周波数オークションの議論では、財の組合せに価格をつけて入札をする「組合せオークション」と呼ばれるオークションが提案され、現在もその可能性について議論がなされている。この組合せオークションは周波数オークションだけではなく、ロジスティクス、電子商取引など多くの分野で注目されている。オークション設計で数

理計画にもっとも関係が深いのは、この組合せオークションであろう。

組合せオークションは次のような手続きで実行される。(1) 参加者は財の部分集合すべてに対する入札額を申告する、(2) 申告をもとに、売り手は各参加者の入札額の総和が最大になるように財の割当を定める、(3) 参加者は割り当てられた財に対する自分の申告した入札額を売り手に支払う。オークションの問題を記述する際、参加者の財に対する真の評価額と入札額は同じとは限らない点に注意されたい。以下では財の部分集合  $S \subseteq M$  に対する参加者  $i$  の入札額を  $b_i(S)$  とする。空集合に関してのみ  $b_i(\emptyset) = 0$  を提示するとする。上記(2)の手続きにおいて、売り手は下記の問題を解く必要がある。決定変数として  $y_i(S)$  を導入しよう。 $y_i(S) = 1$  は、参加者  $i$  に財の部分集合  $S$  を割り当てることを意味する。最適な財の割当を求める問題 CAP は

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{i \in N} \sum_{S \subseteq M} b_i(S) y_i(S) \\ & \text{subject to} && \\ & && \sum_{S: S \ni j} \sum_{i \in N} y_i(S) \leq 1 \quad (\forall j \in M), \\ & && \sum_{S \subseteq M} y_i(S) \leq 1 \quad (\forall i \in N), \\ & && y_i(S) \in \{0, 1\} \quad (\forall S \subseteq M, \forall i \in N), \end{aligned}$$

と定式化される。売り手は参加者の入札に基づいて CAP を解き、最適解に従って財の割当を決め、財(の集合)を割り当てられた参加者(落札者とも呼ばれる)は、対応する入札額を支払う。計算機を使って割当と支払額を決定する方法は、従来のオークションのイメージとは異なるものを感じるかもしれないが、これが組合せオークションである。

今回はこの**組合せオークション**の問題点について解説するところからはじめたい。(次号へ続く、参考文献については次号にまとめて掲載します。)

# オークションの設計理論とOR (2)

東京大学 松井知己

東京都立大学 渡辺隆裕

組合せオークションは、もし全員が真の評価額を正直に入札する ( $\forall i \in N, \forall S \subseteq M, b_i(S) = V_i(S)$ ) ならば、効率的資源配分を達成し、売り手の余剰も最大化する。しかしこれには、下記のような問題がある。

**問題 1** CAP は集合パッキング問題と呼ばれる NP 困難問題であり、最適解の計算が難しい。

**問題 2** 全員が評価額を正直に入札するとは限らない。参加者の行動が分からなければ、効率的な資源配分が達成されるか、売り手の余剰がいくらになるか、は不明である。

**問題 3** 参加者は、財の部分集合すべての入札額を入札するが、財の数  $m$  が増えると  $2^m$  は膨大な数となり現実的ではない。

**問題 4** 最適解が複数あるときは、財の割当を唯一に定め、それを求める方法が必要である。

アメリカの周波数オークションでは、組合せオークションの導入が検討されたものの、このような問題点から導入は先送りされている (鬼木 [12])。

数理計画に携わる者にとって、まず目が行くのは問題 1 であろう。問題 1 に対しては、周波数オークションの実施に伴い、人工知能などの分野でいち早く注目され多くの論文が書かれたが、数理計画の分野では初動研究が少ないのは非常に残念である。特に、集合パッキング問題に関する研究結果が十分認知されていない事から生じた問題については、Andersson, Tenhunen and Ygge [1] による痛快な論文を参照されたい。

## 7. メカニズムデザイン

問題 2 は、組合せオークションの問題が単なる最適化ではなく、オークション (= 1 つのアルゴリズム) を提示した時に、参加者がどのような行動をとるかを読み込んで、ルールを決定しなければならないことを示している。ゲーム理論を用いると、参加者の行動にナッシュ均衡や支配戦略などの概念を当てはめて、理論を構築することができる。このよ

うな研究はメカニズムデザインと呼ばれる分野で研究されている。少々煩雑にはなるが、メカニズムデザインの観点からこの問題を定式化してみよう (難しく感じられる方はこの章を飛ばして読むことも可能である。)

先に述べたように、オークションとは参加者に何らかの入札をさせて、財の割当と支払額を決めるルールである。そこで、参加者  $i$  の入札を  $m_i$  で表し、 $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_n)$  とする。オークションとは参加者に財の割当と支払額を決める  $\mathbf{m}$  の関数の組  $(\mathbf{Q}, \mathbf{p})$  である。ここで、 $\mathbf{Q}(\mathbf{m}) = (Q_1(\mathbf{m}), \dots, Q_n(\mathbf{m}))$  は参加者  $i$  に財  $Q_i(\mathbf{m})$  を割当てる財の分割であり、 $\mathbf{p}(\mathbf{m}) = (p_1(\mathbf{m}), \dots, p_n(\mathbf{m}))$  は、参加者  $i$  の支払額  $p_i(\mathbf{m})$  を要素とするベクトルである<sup>3</sup>。例えば、組合せオークションでは、 $m_i \equiv b_i$  であり、財の割当は  $\mathbf{Q}(\mathbf{m})$  は CAP の最適解によって決まる財の割当であり、 $p_i(\mathbf{m}) = b_i(Q_i(\mathbf{m}))$  となる。

このように定式化すれば参加者の行動とは、オークション  $(\mathbf{Q}, \mathbf{p})$  と参加者の評価額  $\mathbf{V} = (V_1, \dots, V_n)$  に対して、入札  $\mathbf{m}$  を与える関数であると考えられる。この関数を  $\mathbf{h}$  とし、

$$\begin{aligned} \mathbf{h}((\mathbf{Q}, \mathbf{p}), \mathbf{V}) &= (h_1((\mathbf{Q}, \mathbf{p}), \mathbf{V}), \dots, h_n((\mathbf{Q}, \mathbf{p}), \mathbf{V})) \\ &= (m_1, \dots, m_n) \end{aligned}$$

としよう。参加者の行動として、ナッシュ均衡 (の 1 つ) が取られると仮定すれば、 $\mathbf{h}$  は、任意の評価額  $\mathbf{V} = (V_1, \dots, V_n)$ 、任意の参加者  $i \in N$  と、参加者  $i$  の任意の入札  $m'_i$  について、

$$\begin{aligned} &V_i(Q_i(\mathbf{h}((\mathbf{Q}, \mathbf{p}), \mathbf{V}))) - p_i(\mathbf{h}((\mathbf{Q}, \mathbf{p}), \mathbf{V})) \\ &\geq V_i(Q_i(m'_i, \mathbf{h}_{-i}((\mathbf{Q}, \mathbf{p}), \mathbf{V}))) \\ &\quad - p_i(m'_i, \mathbf{h}_{-i}((\mathbf{Q}, \mathbf{p}), \mathbf{V})) \end{aligned}$$

が成立するような関数である<sup>4</sup>。

<sup>3</sup>オークションは何を入札させるか ( $\mathbf{m}$  の集合) も規定するが、これは関数  $\mathbf{Q}, \mathbf{p}$  の定義域であるから、関数の組  $(\mathbf{Q}, \mathbf{p})$  を決めた際に規定されるものとする。

<sup>4</sup>ここで  $\mathbf{h}_{-i} = (h_1, \dots, h_{i-1}, h_{i+1}, \dots, h_n)$  である。

このように、参加者がどのような行動をとるかという関数  $h$  を1つ定めれば、先に挙げたオークションの目的は、最適化問題として定式化することができる。オークションの経済的な目的とは、任意の評価額の組  $V$  に対して、

$$\sum_{k \in N} V_k(h((Q, p), V))$$

が最大となるようなオークション  $(Q, p)$  を求めることであり、経営学的な目的とは、任意の評価額の組  $V$  に対して、

$$\sum_{k \in N} p_k(h((Q, p), V))$$

が最大となるようなオークション  $(Q, p)$  を求めることである。

このような観点から、売り手の余剰が最大となるようなオークションを求める問題は、最適オークション問題と呼ばれる。最適オークション問題を最初に定式化し解を与えたのは Myerson[8] である。参加者の行動に、ベイジアンナッシュ均衡を用いて解いたこの論文は(難解ではあるが)、revelation principle と呼ばれる概念を初めとして、多くの重要な概念とテクニックを多く示した大変優れた論文として知られている。

このように、参加者の行動をナッシュ均衡などのゲーム理論の解に1つ定めれば、メカニズムデザインは完全に数学的なフィールドに載せることができるわけだが、実際には、人間は必ずしもナッシュ均衡や支配戦略などの行動を選択するとは言えない。先に紹介したマーケットデザインという分野は、これを発展させて、参加者が実際にナッシュ均衡を取るかどうかを実験で検証し、フィードバックしてゆくという過程を加えた分野と言えるだろう。

## 8. VCG メカニズム

メカニズムデザインにおける研究では、Vickrey-Clarke-Groves メカニズム (以下 **VCG メカニズム**) と呼ばれるオークションが有名である。VCG メカニズムは「すべての参加者が、他の参加者の入札に関わらず、どんな入札をしても、真の評価額を入札することより余剰を大きくすることはできない」というオークションで、しかもこのオークションは効率的な資源配分を達成する<sup>5</sup>。

どんな入札よりも正直に入札することが、参加

<sup>5</sup>注目すべきことは、参加者の行動に、ナッシュ均衡よりも弱い弱支配戦略と言う概念を仮定していることである。

者にとって良いオークション! 参加者に正直に評価額を言わせる、そんな魔法使いのようなことができるのか、にわかには信じ難い。もともと、VCG メカニズムは Clarke-Groves メカニズムと呼ばれる公共財の供給量と支払い負担額を決定する公共経済学で発展してきたものを一般化したものである<sup>6</sup>。筆者(w)が、初めてこのメカニズムに出会ったのは、修士の時に同級生の K 君が「公共財のフリーライダーを解決する」として、修論の研究テーマにこのメカニズムをゼミで紹介したときである。ちなみに筆者(w)もその魅力に取りつかれて勉強を始め、K 君の修論のテーマを横取りした形になり、ずいぶん嫌がられた。申し訳ないことをしたが、それほどまでに、このメカニズムに最初に出会った時の衝撃は大きい。

VCG メカニズムを複数財のオークションに適用すると次のようになる。参加者はすべての部分集合に関する入札額を入札し、売り手は CAP を解いて財の割当を決める(ここまでは前節と同じ)。異なるのは、参加者の支払額だけである。財の割当に対応する CAP の最適解を  $y^*(S, i) (\forall S \subseteq M, \forall i \in N)$  とし、最適値を  $z^*$  としよう。売り手は、各参加者  $k$  について  $k$  を除いた CAP、すなわち

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{i \in N \setminus \{k\}} \sum_{S \subseteq M} b_i(S) y_i(S) \\ & \text{subject to} && \\ & && \sum_{S: S \ni j} \sum_{i \in N \setminus \{k\}} y_i(S) \leq 1 \quad (\forall j \in M), \\ & && \sum_{S \subseteq M} y_i(S) \leq 1 \quad (\forall i \in N \setminus \{k\}), \\ & && y_i(S) \in \{0, 1\} \quad (\forall S \subseteq M, \forall i \in N \setminus \{k\}), \end{aligned}$$

を解き、最適値  $z_{-k}^*$  を求める。VCG メカニズムでは、参加者  $k$  の支払額は

$$z_{-k}^* - (z^* - \sum_{S \subseteq M} b_k(S) y_k^*(S))$$

で決定される。

本当に VCG メカニズムでは、各参加者は、他の参加者の入札に関わらず、自分の真の評価額を入札することに比べ、他のどんな入札も自分の余剰を大きく出来ないのだろうか。厳密な証明は他の文献(例えば Krishna[4] など)に譲るとして、大まかにその仕組みを説明しよう。

参加者  $k$  以外の入札を  $b_j (j \neq k)$  として固定した時に、参加者  $k$  が  $b_k$  を入札したときの入札の組  $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$  と、参加者  $k$  が正直に  $V_k$  を入札したと

<sup>6</sup>もともと、更にそのルーツは Vickrey のオークションと市場取引の研究である。

きの入札の組  $\mathbf{b}^* = (b_1, \dots, b_{k-1}, V_k, b_{k+1}, \dots, b_n)$  について、参加者  $k$  の余剰を比較してみよう。

入札  $\mathbf{b}$  に対する CAP の最適値を  $z$ 、(ある) 最適解  $\mathbf{y}$  において  $k$  に割り当てられる財の部分集合を  $S_k$  とする。また入札  $\mathbf{b}^*$  に対する CAP の最適値を  $z^*$ 、(ある) 最適解  $k$  に割り当てられる財の部分集合を  $S_k^*$  とする。さらに、 $k$  以外の参加者が入札  $\mathbf{b}_{-k} = (b_1, \dots, b_{k-1}, b_{k+1}, \dots, b_n)$  をしたときの、参加者  $k$  を除いた CAP の最適値を  $z_{-k}^*$  とする。各入札における参加者  $k$  の支払額と余剰は表 2 で与えられる。

表 2: 参加者  $k$  の支払額と余剰

入札	$k$ の支払額	$k$ の余剰
$\mathbf{b}$	$z_{-k}^* - z + b_k(S_k)$	$V_k(S_k) - z_{-k}^* + z - b_k(S_k)$
$\mathbf{b}^*$	$z_{-k}^* - z^* + V_k(S_k^*)$	$V_k(S_k^*) - z_{-k}^* + z^* - V_k(S_k^*) = -z_{-k}^* + z^*$

ここで  $k$  の余剰の差を取ると、

$$\begin{aligned} & (-z_{-k}^* + z^*) - (V_k(S_k) - z_{-k}^* + z - b_k(S_k)) \\ &= z^* - V_k(S_k) - z + b_k(S_k) \end{aligned}$$

となる。ここで入札  $\mathbf{b}$  に対する CAP の最適解  $\mathbf{y}$  は、入札  $\mathbf{b}^*$  に対する CAP の許容解であり、この  $\mathbf{y}$  の「入札  $\mathbf{b}^*$  に対する CAP」における目的関数値は、 $z - b_k(S_k) + V_k(S_k)$  である。ゆえに

$$z^* \geq z - b_k(S_k) + V_k(S_k)$$

が成り立つ。これより余剰の差  $z^* - V_k(S_k) - z + b_k(S_k) \geq 0$  が成り立つことが分かり、 $\mathbf{b}$  に対する参加者  $k$  の余剰に対して、 $\mathbf{b}^*$  に対する参加者  $k$  の余剰は同じかより大きいことが分かる。

この魅力的な性質から、組合せオークションの文脈においても VCG メカニズムは多くの研究がなされており (例えば Yokoo[11])、この数年は数理計画の研究者も多数参加している (Archer, Papadimitriou, Talwar and Tardos [2] 等)。

しかし、魅惑的な VCG メカニズムにも、問題点も多くある。まず、問題 1 の計算量の問題が依然として残っている。VCG メカニズムの研究において、

CAP の近似解法の研究が盛んになりつつあるが、単純には評価できない。なぜならば、近似解法による落札者決定アルゴリズムのもとでは、参加者に正直な評価額を入札させる保証が得られず、VCG メカニズムの意味がなくなるからである。また、問題 3 も解決されてはいない。さらに VCG メカニズムは、経営的な視点からは大きな問題を抱えている。以下では、3 人の参加者が 2 つの財  $A, B$  に対し表 3 のような評価額を持つとし、VCG メカニズムを適用してみよう。

表 3: VCG メカニズムと売り手の余剰

	$V_i(\{A\})$	$V_i(\{B\})$	$V_i(\{A, B\})$
参加者 1	$w - 1$	0	$w - 1$
参加者 2	0	$w - 1$	$w - 1$
参加者 3	0	0	$w$

(ただしここで  $w > 2$  とする。)

この例の効率的資源配分は、参加者 1, 2 に財  $A, B$  をそれぞれ割り当てる事であり、VCG メカニズムではこの配分が実現する事が保障されている。では支払額はどうか。全員が真の評価額を入札したとして (これが達成されることも保障されている) 支払い額を計算すると、

$$z^* = 2w - 2, z_{-1}^* = w, z_{-2}^* = w, z_{-3}^* = 2w - 2,$$

であるから、参加者 1 と 2 の支払額はそれぞれ

$$w - \{(2w - 2) - (w - 1)\} = 1$$

であり、参加者 3 の支払額は 0 である。ゆえに、売り手の余剰は  $w$  の大きさにかかわらず 2 となる。例えば  $w = 1000$  ならば、売り手は  $z^* = 2000 - 2 = 1998$  に近い余剰を望むだろうが、これに対し非常に小さい余剰 2 しか得られていない。

このように VCG メカニズムは、真の評価額を正直に入札する誘因を参加者に与え、効率的な資源配分を達成するが、その代償として売り手に与える余剰を小さくする傾向がある。この傾向は明示的には証明されていないが、よく知られている。VCG メカニズムは、売り手の余剰を全く問わない公共的な財配分等には大きな可能性を秘めているが、経営的な意味では必ずしも好ましくない。

## 9. Single Bundle Bidding と均衡分析

問題 3 に対する単純な解決策としては、すべての

財の組合せの入札額を入札させないで、一部の組合せに対してだけ入札させるという方法がある。では、どのようなルールで組合せを入札させれば良いのだろうか。すぐ思いつく方法として、各参加者に財の組合せを自由に入札させ、入札されていない組合せは各財の入札額の加法和で計算する、又は入札されてない組合せは0とするといった方法がある。これは一見現実的であるが、参加者は全ての組合せを入札したほうが有利となるケースがあるため、最悪のケースを考えると解決法となっていない。

適当なルールを用いて財の組合せを制限したときに、参加者はどのような行動を取るのだろうか。ゲーム理論を使った均衡分析が、このような状況を説明すると期待されるが、単純なルールであっても均衡を求めることは容易ではない。筆者らは[5][6]において、非常に単純なルールである、「財の部分集合1つと、その入札額を入札させるオークション」 **Auctions with Single Bundle Bidding**(以下 **ASBB**) を提案し分析した。以下本節では、これを解説する。

**ASBB** では、各参加者  $i$  に財の部分集合1つ、 $B_i \subseteq M$  と書く、とその入札額  $b_i$  を入札させる。ここで入札額の最小単位を  $\epsilon$  とし、 $b_i$  は  $\epsilon$  の非負整数倍のみを許すとする。また各参加者が入札した  $n$  個の財集合と入札額の組  $((B_1, b_1), (B_2, b_2), \dots, (B_n, b_n))$  は順序を変えて  $(\mathbf{B}, \mathbf{b})$  と表記する。

オークションの売り手は、入札  $(\mathbf{B}, \mathbf{b})$  をもとに、以下の財の割当問題  $\text{BAP}(\mathbf{B}, \mathbf{b})$

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{i \in N} b_i x_i \\ & \text{subject to} && \\ & && \sum_{i: B_i \ni j} x_i \leq 1 \quad (\forall j \in M), \\ & && x_i \in \{0, 1\} \quad (\forall i \in N), \end{aligned}$$

を解く。この  $\text{BAP}(\mathbf{B}, \mathbf{b})$  の最適解を用いて落札者を決定し、参加者は財を割り当てられる。最適解が複数ある際は最適解の1つをランダムに選ぶとする。ちなみに  $\text{BAP}(\mathbf{B}, \mathbf{b})$  も集合パッキング問題であり、NP 困難に属するため、問題1が本質的に解決される訳ではない。

参加者の行動の分析を容易にするために、各参加者は各自の **essential bundle** という財の集合1つだけを選好していると仮定しよう。**essential bundle** とは、その集合の中のどの財が1つ欠けても価値がない完全補完性のある財の集合であり、かつ、そ

の集合以外の財には価値がないというものである。参加者  $i$  の **essential bundle** を  $T_i \subseteq M$  とし、その価値を  $v_i$  とすると、

$$V_i(S) = \begin{cases} v_i & (T_i \subseteq S), \\ 0 & (\text{otherwise}), \end{cases}$$

となる。参加者全員が各自の **essential bundle**  $T_i$  とその価値  $v_i$  を入札した際に対応する財の割当問題を、 $\text{BAP}(\mathbf{T}, \mathbf{v})$  と書く。

筆者らは、このような選好のもとで **ASBB** での参加者の行動をゲーム理論を用いて分析した。その結果、入札額の最小単位  $\epsilon$  が十分小さいならば、効率的な資源配分を達成するナッシュ均衡が存在することを示した。詳細は[5][6]に譲るとして、ここでは表4に示す例で、ナッシュ均衡がどのようなものになるか説明しよう。

表 4: **ASBB** の例

	essential bundle	$v_i$
参加者 1	$\{A, B\}$	45
参加者 2	$\{B, C\}$	50
参加者 3	$\{C\}$	10

表4における  $\text{BAP}(\mathbf{T}, \mathbf{v})$  の最適解は、参加者1に  $\{A, B\}$  を、参加者3に  $\{C\}$  を割り当てるというものである。ここで入札単位  $\epsilon = 1$  とし、入札額ベクトル  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$  の中で次の性質((1)~(3))を満たすものを全て集めた集合を  $\mathcal{F}$  としよう。

- (1)  $\text{BAP}(\mathbf{T}, \mathbf{b})$  と  $\text{BAP}(\mathbf{T}, \mathbf{v})$  は最適解集合が一致する、
- (2)  $\text{BAP}(\mathbf{T}, \mathbf{v})$  の少なくとも1つの最適解で財が割り当てられない参加者  $i$ (例では参加者2)は  $b_i = v_i$  を満たす、
- (3)  $\text{BAP}(\mathbf{T}, \mathbf{v})$  のすべての最適解で財が割り当てられる参加者  $i$ (例では参加者1, 3)は  $b_i \leq v_i - \epsilon$  を満たす。

$\mathcal{F}$  は以下の集合となる。

$$\mathcal{F} = \{(44, 50, 9), (43, 50, 9), (42, 50, 9), (44, 50, 8), (43, 50, 8), (44, 50, 7)\}.$$

このとき、各参加者が **essential bundle** を入札し、その入札額を  $\mathcal{F}$  の極小ベクトル  $\mathcal{F}$  の極小ベクトル(例では  $(42, 50, 9), (43, 50, 8), (44, 50, 7)$ )としたものはナッシュ均衡となる。またこのナッシュ均衡点は

効率的資源配分を達成する。すなわち、ASBB を適用し essential bundle の存在を仮定したならば、問題 2,3 は肯定的解決される。

このナッシュ均衡点では、VCG メカニズムに比べ売り手の余剰も大きいことも分かる。例えば、表 3 の例で VCG が売り手に与える余剰は 2 であったが、ASBB では提示されたナッシュ均衡における売り手の余剰は  $w$  となる。表 4 の例においても、ASBB では 51 であるのに対し、VCG では 45 である。

上記の分析は、選好の仮定も厳しく、完備情報のナッシュ均衡が実際のオークションで達成されるかどうかなどの問題がある。しかしながら、このような簡単な分析であっても、複数財のオークションのメカニズムを設計する上で、参加者の行動の示唆をいくつか得る事ができる。例えば、財を手にすることができる落札者は、支払額ができるだけ安くなるように財を手に入れるため、落札者以外の参加者が落札しない出来るだけ小さな価格まで入札額を下げようとする。(上記の例で言えば、参加者 1 と 3 は入札額の合計を、参加者 2 が落札する可能性がない 51 まで下げる)。多くの場合  $\mathcal{F}$  の極小ベクトルは複数存在し、参加者間の余剰をどのように取り合うかで、複数のナッシュ均衡が存在する。この事は、次節で考慮する問題 4 の重要性を示唆している。

## 10. 同点問題

前節で述べたように、参加者は同点になる価格ギリギリまで落札額を下げたいが、実際には他の参加者の価値に関する正確な情報を持たず、また複数のナッシュ均衡のどれが達成されるか不明のため、 $BAP(T, \mathbf{b})$  が多数の最適解を持つ入札額  $\mathbf{b}$  を入札することがしばしば起こると予想される。ゆえに、オークションの挙動を調べるために、参加者の入札額をランダムに発生させるようなシミュレーションは、問題 4(最適解が複数存在する可能性)を過小評価していると我々は考えている。

$BAP(T, \mathbf{b})$  の最適解が複数ある際に、その中からランダムに 1 つ選ぶのは非常に難しい問題である。もしこれが意思決定者が一人の問題であれば、最適解の一つが得られれば問題無い。しかし参加者が利害関係にあるオークションでは、「最初に見つかった最適解を用いる」あるいは「辞書的に目的関数を摂動する」といったルールは参加者全員の同意は得難い。最適解が複数ある際に、その一つをどうやっ

て選ぶかは、公平性の問題とも絡んで、オークションの重要かつ困難な問題となっていくだろう。

## 11. まとめ

以上、2 回にわたり、オークションの設計理論と OR 周辺の話について、特に複数の財のオークションと数理計画についてお話させていただいた。

マーケットデザインの節で述べたとおり、オークションの設計は、多分野の協力が必要な学際的な問題である。これまで、ゲーム理論やマイクロ経済学の理論的研究者は、設計にあたっての大まかなアドバイスは行なうが、実際の運用に当たっての細かい問題、非合理的な人間の行動に対する問題、複雑なオークションの挙動などに対し、実際に設計された制度が理論がうまく動くかどうかについては得意ではなかった。また、理論だけでは、現実の設計を依頼するクライアント(例えば政府や企業の関係者)を説得する材料に乏しい。「彼らは経済理論が分かっている」がこれらの研究者の口癖である。

マルチエージェントやゲーミングシミュレーションの研究者は、実際に動くシステムを作ったりすることが非常に上手である。これらの分野の研究会や学会に行くと、考案されたアイデアが形となり、実験されて効果が測定されている。現実には「目に見えるオークション」がソフトウェアとして実装され、動いていれば、細かいことが分からないクライアントを説得する大きな武器になる。しかしながら、これらのシステムや実行されたシミュレーションが、研究者自身の思いつきを脱し得ないことがある。ゲーム理論や経済学から見れば、明らかにおかしな点が指摘できたり、実験やシミュレーションの予見に対する頑強性に欠ける事もある。先に述べたように、計算アルゴリズムに関しても、既に数理計画では解決された問題に、細かく入り込んでいることもある。

数理計画の研究者は、解法やアルゴリズムに関しての知識も豊富である。しかし、オークションの割り当てを決定するアルゴリズムに対し、参加者の入札を単なるデータや与件と考えがちである。割り当てアルゴリズムである「オークション」方式が変われば、参加者の行動が変化する。これを読み込んで、アルゴリズムを作成してゆくという発想に欠けることが多い。

この他にもオークションには多くの分野の協力

が必要だ。インターネット上のオークションでは、本人確認や架空名義入札などの問題が大きな問題となっている。Yokoo[11]などは、これに関する研究で、架空名義入札を防ぐようなオークションをVCGメカニズムを応用して提案している。このような架空名義入札を防ぐために、暗号理論の研究者もオークション研究に乗り出している(例えば[10]中の論文等)。

このようにオークションの研究は多くの分野が関係する学際的領域である。多分野が融合して、研究を行なう必要性は、今になって説かれることではないが、オークションの設計やマーケットデザインにおいては、これらの必要性は、特に強調されるべき点である。1つの方法論から問題を見るのではなく、1つの問題に多くの方法論が融合して適用される問題論的アプローチがそこには必要とされるのである。問題解決の科学としてのオペレーションズリサーチは、このような研究をまとめてゆく、コアな役割を果たせると言えるだろう。

B2Bにおけるネットオークションの応用は、ロジスティクス、旅行販売、不動産販売などの分野で既に始まっている。Vries and Vohra[3]では、「いくつかのロジスティクスコンサルタント、例えばSAITECH-INCのシステムSBIDなどは、組合せオークションのソフトウェアを実装し、Logistics.comのシステムOptiBidは50億ドル以上の運送契約がBidされたと主張している」と述べており、その重要性を主張している。

公的分野への市場原理の導入を目的としたオークションの導入も、今後は目を離せない。日本での周波数オークションの実施は、当面見送られることになったようだが、今後もどのような動きがあるか分からない。電力の卸市場や公有地の売却などでもオークション導入の動きがはじまっている。

筆者らは数年前より組合せオークションをはじめとして、オークション研究の必要性を主張してきた。しかしPR不足のためか、日本のOR学会では研究は出遅れ気味である。しかし実務での必要性はもう待たない状況なのだ。ここにも、未だ飼いや慣らされていない現実問題が研究者を待っている。

## 参考文献

[1] Andersson, A., Tenhunen, M., and Ygge, F. (2000), "Integer programming for combinato-

rial auction winner determination," *Proc. of IC-MAS2000*, 39–46.

- [2] Archer, A., Papadimitriou, C., Talwar, K. and Tardos, E. (2003), "An approximate truthful for combinatorial auctions with single parameter agents," *Proc. of SODA2003*, 205–214.
- [3] de Vries, S. and Vohra, R. (2000), "Combinatorial auctions; a survey," *Kellogg School of Management, technical report*.
- [4] Krishna, V. (2002), *Auction Theory*, Academic Press.
- [5] Matsui, T. and Watanabe, T. (2001), "Sealed bid multi-object auctions with necessary bundles and its application to spectrums auctions," *Proc. of PRIMA2001*, LNAI 2132, 78–92, Springer-Verlag.
- [6] Matsui, T. and Watanabe, T. (2003), "Multi-object auctions with single package bidding for perfect complements," *Univ. of Tokyo, technical report*, METR2003-02.
- [7] McMillan, J. (2003), "Market Design: The Policy Uses of Theory," *American Economic Review Papers and Proceedings*.
- [8] Myerson, R., (1981), "Optimal Auction Design," *Mathematics of Operations Research*, 6, 58–73.
- [9] Roth, A. E., (2002), "The Economist as Engineer: Game Theory, Experimentation, and Computation as Tools for Design Economics," Fisher-Schultz Lecture, *Econometrica*, 70, 1341–1378.
- [10] Syverson, P. F. (Ed.) (2001), *Financial Cryptography*, Proc. of FC2001, LNCS 2329, Springer-Verlag.
- [11] Yokoo, M., Sakurai, Y. and Matsubara, S., "The effect of false-name bids in combinatorial auctions: new fraud in internet auctions," to appear in *Games and Economic Behavior*.
- [12] 鬼木甫 (2002), 電波資源のエコノミクス, 現代図書.
- [13] 舟田正之 (監修) (1997), 周波数オークション, 日刊工業新聞社.