

スポーツのスケジューリング

松井 知己

1. はじめに

本稿の目的は、スポーツスケジューリング問題に関する研究について簡単にまとめることである。

ある種のスポーツ競技においては、いくつかのチーム（プレイヤー）が互いに戦い、その結果で順位を決定する。このとき、試合のスケジュールは非常に重要な問題となるが、その理由は様々なものが入り交じっている。それは例えば、競技施設の数による制約であったり、チーム間の公平さによるものであったり、TV放映のスケジュール、あるいはチームの移動コストが問題となることもある。このように様々な制約と要求を満たすスケジュールを作ることは、非常に難しい問題となることが多い。海外の文献を見る限りでは、スポーツ競技団体から依頼されてORの研究者がスポーツスケジューリング問題の研究を行うことは少なくないようである [1,9,12,13,14]。

本稿第2節では、スポーツスケジューリングに関する用語の定義を行い、第3節で議論の基礎となる「基準スケジュール」についてまとめる。第4節では、「実際のチーム名の割当問題」の多くが2次割当問題となることを示し、第5節では「実行可能スケジュールの生成法」についてまとめる。

2. スポーツスケジューリング問題

本稿では原則的に、チームが $2n$ (偶数)存在する状況について議論する。チームの集合を $P = \{1, 2, \dots, 2n\}$ と書く。以下で考慮するのは、全てのチーム対が1回ずつ戦う状況である。これは、いわゆる総当たり戦であり、総試合数は $n(2n - 1)$ である。各試合は、対戦する2チームのどちらかのホームグラウンドで行う。チーム i と j が戦う際、チーム i のホームグラウンドで試合を行うならば、この試合はチーム i のホームゲームであると言い、チーム j のアウェイゲームであると言う。毎日 n 試合が平行して行われるとし、全試合は $2n - 1$ 日で終了する。このようなスケジュールを組むことは可能であり、図1に $2n = 6$

チームの例を挙げる（一般の $2n$ の場合については、後に議論する）。図1の1日目の試合は「チーム6とチーム1」、「チーム5とチーム2」、「チーム3とチーム4」の戦う3試合である。試合は前に書かれているチームのグラウンドで行うとする。すなわち、1日目の試合はチーム6,5,3のホームグラウンドで行われる。このような試合スケジュールを作成する問題を、スポーツスケジューリング問題と呼ぶ。

各チームについて、各日程の試合がホームゲーム(H)であるか、アウェイゲーム(A)であるかをまとめたものを(本稿では)ホームアウェイテーブル(HAT)と呼ぶ。図1に対応するHATを図2に挙げる。異なるスケジュールが同一のHATを持つこともある [12]。

日程	H-A	H-A	H-A
1日目	6-1	5-2	3-4
2日目	2-6	1-3	4-5
3日目	6-3	2-4	5-1
4日目	4-6	3-5	1-2
5日目	6-5	4-1	2-3

図1: チーム数6の実行可能スケジュール。

チーム	1日目	2日目	3日目	4日目	5日目
1	A	H	A	H	A
2	A	H	<u>H</u>	A	H
3	H	A	<u>A</u>	H	A
4	A	H	A	H	<u>H</u>
5	H	A	H	A	<u>A</u>
6	H	A	H	A	H

図2: ホームアウェイテーブル(HAT)。

実際の例では、各チーム対が、双方のホームグラウンドで1回ずつ戦う、(言わば)2重総当たり戦という方法をとることが多い(この場合、試合数は全部で $2n(2n - 1)$ となる)。2重総当たり戦に対しては、以下のミラーリングという操作を用いることが多いようである [9,13]。これは、総当たり戦のスケジュールをたてた後、各試合を行うグラウンドのみを交換したスケジュールを、後半に付けるという操作である。図3に、図1のスケジュールにミラーリングを施した、6~10日目のスケジュールを挙げる。ミラー

リングがしばしば用いられる理由は、「同じチーム対の戦いはできるだけ離れた日程で行った方が、観客にとって魅力的である」ことと、「全試合日程の前半部で、すべてのチーム対が戦うことができる」ためのようである。

日程	H-A	H-A	H-A
6 日目	1-6	2-5	4-3
7 日目	6-2	3-1	5-4
8 日目	3-6	4-2	1-5
9 日目	6-4	5-3	2-1
10 日目	5-6	1-4	3-2

図 3: ミラーリング.

チーム数が $2n - 1$ (奇数) の問題は、人工的に $2n$ 番目のチームを作り、チーム数が $2n$ の問題に帰着することが可能な場合もある。この際、チーム $2n$ と対戦することは、そのチームは休みであること (オフまたはパイと呼ばれる) を意味する。

3. 基準スケジュール

チーム数が $2n$ の総当たり戦で、毎日 n 試合を平行して行い、 $2n - 1$ 日で全試合を行うスケジュールを、実行可能スケジュールと呼ぶ。任意の正の偶数 $2n$ に対して、実行可能スケジュールは存在する。これは、例えば以下の手続きで作ることができる。

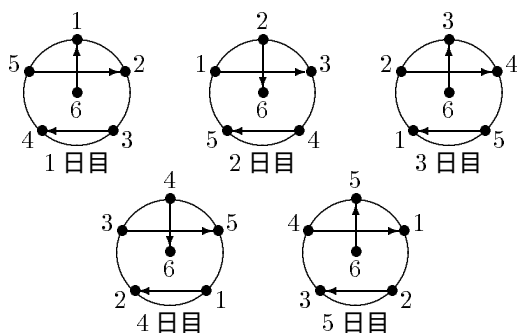


図 4: $2n = 6$ の基準スケジュール.

図 4 に示すように、チーム $1, 2, \dots, 2n - 1$ を半径 1 の円周上に等間隔に並べ、チーム $2n$ を円の中心に配置する。平行な矢印を $n - 1$ 本、向きを互い違いに並べ、それと垂直な半径に対応する線分を書いた円盤を用意する。矢印の両端のチームが試合をするチーム対を表し、矢印の根元のチームのホームグラウンドで行うとする。この円盤を先ほどの円の上で $1/(2n - 1)$ 周ずつ回転させて、各日の試合を決定する (図 4 では番号を回転させている)。ただし後述する理由で、半径に対応する線分の矢印は、円盤の回転毎に反転させる¹。上記の手続きで作られた実行可能スケ

ジュールを、基準スケジュールと呼ぶ。図 1 は、 $2n = 6$ の際の基準スケジュールである。実行可能スケジュールには、基準スケジュールで無いものも存在するが、基準スケジュールには以下に述べるような長所が存在する。

ある実行可能スケジュールにおいて、チーム i が t 日目と $t + 1$ 日目の両日ホームゲームを戦うとき、 $t + 1$ 日目の試合はチーム i のブレイクであるという。また両日アウェイゲームであるときも、 $t + 1$ 日目の試合はチーム i のブレイクであるという。図 2 において、下線の場所がブレイクに対応している。ブレイクが数多くある実行可能スケジュールは、チーム間の公平さが失われていると感じられるため、望ましくないとされることが多い。残念ながら、(チーム数が偶数の際は) ブレイクの無いスケジュールは存在しないが、以下の性質が成り立っている。

定理 1 チーム数が $2n$ の任意の実行可能スケジュールにおいて、ブレイクの総数は $2n - 2$ 以上であり、基準スケジュールはブレイクの総数が $2n - 2$ である。チーム数が $2n$ のとき、各チームが丁度 1 試合ずつブレイクの試合を持つ実行可能スケジュールが存在する (このときブレイクの総数は $2n$ である)。チーム数が $2n - 1$ (奇数) ならば、ブレイクが 1 つも存在しない実行可能スケジュールが存在する。

証明: 任意の実行可能スケジュールにおいて、対応する HAT 中のある 2 つの行が同じになることは無い。なぜならば、もしこのような行の対 (チーム対) が存在するならば、このチーム対が戦う試合が存在しないからである。ブレイクが存在しないチームの HAT における行は、A と H が交互に現れるものであり、2 種類しか存在しない。ゆえにブレイクが存在しないチームは、最大 2 つしか存在しない。よってブレイクの総数は、 $2n - 2$ 以上である。定義より明らかに、基準スケジュールのブレイクの総数は $2n - 2$ である。

基準スケジュールにおいて、第 1 日目の試合全てを、第 $2n - 1$ 日目の後に移動することにより、各チームが丁度 1 つブレイクの試合を持つ実行可能スケジュールを作ることができる。

チーム数が $2n - 1$ のときは、チーム数 $2n$ の基準スケジュールにおいて、チーム $2n$ を架空のチームとし、チー

は、 $\{\{2n, t\}, \{t + 1, t - 1\}, \{t + 2, t - 2\}, \dots, \{t + n - 1, t - n + 1\}\}$ であり (ただし $t - k, t + k$ はモジュロを取って 1 から $2n - 1$ の間の値にしたもの)、(1) チーム対 $\{2n, t\}$ の試合のグラウンドは、 t が奇数ならば $2n$ 、 t が偶数ならば t とし、(2) チーム対 $\{t + k, t - k\}$ の試合のグラウンドは、 k が奇数ならば $t - k$ 、 k が偶数ならば $t + k$ とする。

¹数学的には以下のように記述される; 第 t 日目に戦うチーム対

ム $2n$ との戦いは対戦チームの休みに対応させると、ブレイクの存在しないスケジュールとなる。

ブレイク数最小のスケジュールは、ブレイクの無いチームが出現することから、不公平であるとされることも多く、上記定理中の「各チームが丁度1回ブレイクを持つスケジュール」が好まれることもある [4]。各チームのブレイクが1回以下であるような実行可能スケジュールの研究もされており、理論的に興味深い性質も見つかっているが、残念ながらここには紹介するスペースが無い [7]。

基準スケジュールの短所としては、チーム $2n$ が特殊な立場になるということがある。上記定理の証明からも明らかのように、チーム $2n$ は常に(対戦相手の)ブレイクの試合かその直前の試合を戦っている。チーム間の平等さを重視したスケジュールに関する、デザイン理論に基づいた研究もある [11]。

論文 [9] で扱っている状況では、始めから日程が決まっている試合がいくつかあるため、ブレイク総数を上記定理で示された下界の値 ([9] ではチーム数が奇数であり、下界はゼロ) におさえることが非常に困難である。このため、休み(オフまたはバイ)をアウェイゲームと見なしたとき、3連続ホームゲームと3連続アウェイゲームが無いスケジュールの立案が求められている。休みをアウェイゲームと見なす理由については述べられていない。

チームの移動費用の総和最小化が要求される、論文 [12] のような問題も存在する。ブレイク数の少ないスケジュールは、各チームがホームグラウンドと相手チームのグラウンドを交互に訪れるため、結果として移動費用が高くなる。移動費用を少なくするためには、アウェイゲームが連続するようなスケジュールが望ましい。チームの総移動費用の最小化問題については、第4.3節で扱う。

チーム数 $2n$ のときのブレイク数の上界としては、 $2n(n-1) - (2n-4)$ という式が知られているが、 $n > 3$ においてこれを達成する実行可能スケジュールが存在するかは、分かっていない [12]。

ブレイク数とは異なる基準が重要視されている問題としては、論文 [2] において、競技場が唯一つのため各日の試合にも順序を付けねばならない問題を扱っている。この論文は、室内クリケットの試合に関するものであり、各日の第何試合目かによって競技場の状態が変化し、また競技場の状態に関するチーム(プレイヤー-)の知識量も変化する。そのため、各チームが各日の第何試合を戦うかについても、公平さが要求される。論文 [2] ではこの問題に対し、デザイン理論を用いたアプローチを行っている。

4. チーム名の割当

前節で議論した基準スケジュールは、ブレイクから見た公平性のみ議論されており、チーム間の関係が考慮されていない。

4.1 地域の要請

オランダのサッカーリーグについて扱っている論文 [13] では、「ホームグラウンドが同じ地域にある2チームは、同時にホームゲームを戦うことは望ましくない。」という要請が考慮されている。この要請は、1つの地域で同時に試合が開かれると、その地域の観客がどちらか一方の試合しか観戦できないことから、試合による総収入が減ることを避けるため導入されている。

論文 [13] では、実行可能スケジュールを適当に1つ選んで固定し、地域の要請を考慮して実際のチーム名を割り当てる問題を、2次制約の存在する割当問題として定式化し、発見的解法を用いて解いている。実行可能スケジュールの一般的な選択法については、論文 [13] では言明されていない。実行可能スケジュールの選択も、解法の手続きの中に組み込んだ方法については、次節で述べる。

上記の「実際のチーム名を割り当てる問題」を、通常の2次割当問題に定式化する方法の1つとして、以下のようなものがある。例えば図1の実行可能スケジュールに対して、実際のチーム名 $T = \{T_1, T_2, \dots, T_6\}$ を割り当てる問題は、以下のように定式化される(以下チームの集合 P と実際のチーム名の集合 T を区別して扱う)。チーム $i, j \in P$ に対して、HAT(図2)の第 i 行と第 j 行について、同時に H が存在する日数を h_{ij} と表すと、行列 (h_{ij}) は表形式で以下のように表される。

	1	2	3	4	5	6
1	2	1	1	2	0	0
2	1	3	0	2	1	2
3	1	0	2	1	1	2
4	2	2	1	3	0	1
5	0	1	1	0	2	2
6	0	2	2	1	2	3

係数 m_{pq} は、 $T_p, T_q \in T$ のホームグラウンドが同一地域にあるとき1、そうでないとき0をとる係数とする。チーム i を実際のチーム名 T_p に割り当てるとき1となる0-1変数 x_{ip} を導入すると、以下のような問題を解いて得られるスケジュールは望ましいスケジュールとなる。

$$\min. \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^{2n} \sum_{p=1}^{2n} \sum_{q=1}^{2n} h_{ij} m_{pq} x_{ip} x_{jq}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^{2n} x_{ip} = 1 \quad (\forall p \in \{1, \dots, 2n\}), \\ & \sum_{p=1}^{2n} x_{ip} = 1 \quad (\forall i \in \{1, \dots, 2n\}), \\ & x_{ip} \in \{0, 1\} \quad (\forall p, \forall i \in \{1, \dots, 2n\}). \end{aligned}$$

残念ながら、2次割当問題は非常に難しい問題であり、チーム数が18程度の問題でも、現実的な時間で厳密解を求めることは(現在までに開発されている算法では)困難と思われる[3,10]。ただし、以下に述べる2つの論文[9,12]で扱っている状況では、チーム数が10以下のため、上記の2次割当問題(に類する問題)を全探索(注:10! = 3,628,800である)を行って解いている。

4.2 TV放映による要請

アメリカのバスケットボールの大学リーグについて扱っている論文[9]は、競技団体からの実際の依頼の下で研究を行っているためか、上記よりも更に踏み込んだ目的関数を扱っている。この論文では、各チーム対の試合に対して、その試合の質に対するTV局の評価が3段階で与えられている。そして、試合は(週日, 週末, 週日, 週末, ...)と交互に行われ、TV視聴率獲得の要請から、評価の高い試合は早い時期の週末に行われることが望ましいとされる。週末に行われるゲームを評価の高いものにしたいという目的関数も、上記の2次割当問題として表すことができる。それには例えば、係数 m_{pq} を T_p と T_q の試合の評価(評価が高い程、値が小さい)とし、係数 h_{ij} は、対応する実行可能スケジュールにおいて、 i と j の試合が週末ならば1、週日ならば0、となる0-1係数とすればよい。

4.3 移動費用の最少化

アメリカの野球リーグについて扱っている論文[12]では、各チームの移動費用(または移動距離)の総和を最少化する問題を扱っている。この問題も以下のように2次割当問題として定式化することができる。係数 m_{pq} を T_p のホームグラウンドから T_q のホームグラウンドへの移動費用とする。係数 h_{ij} は、対応する実行可能スケジュールにおいて、チーム i のホームグラウンドからチーム j のホームグラウンドへ移動するチームの総数とすればよい。

5. 実行可能スケジュールの生成

前節の問題は、実行可能スケジュールを1つ固定して、それに実際のチーム名を割り当てるというものであった。このとき、固定する実行可能スケジュールとしてどんなものを選ぶべきかも重要である。以下で述べる論文[9,12]は、実行可能スケジュールの選び方についても考慮している。

5.1 全列挙法

第4.2節でも言及した論文[9]の解法は列挙法に基づいており、解法は2段階に分かれている。第1段階では、制約を満たす実行可能スケジュールを全て列挙している。実際には9チームの問題で、列挙された実行可能スケジュールは826種類であった。列挙法の詳細については後に述べる。第2段階では、この826種類のスケジュールに関して、実際のチーム名(9チーム)を割り当てる問題を、全探索を行って解いている(注:826 * 9! = 299,738,880である)。第2段階の計算には、Sun SPARC-20 ワ - クステーションで24時間程度かかったとある。

残念ながら、実行可能スケジュール全体の特徴付けについては、現在までに知られていることはほとんど無い。論文[9]では、整数計画法を用いて実行可能スケジュールの生成を行っている。実行可能スケジュールの生成は、パターン生成部、HAT生成部、スケジュール生成部の3段階に分かれている。

パターン生成部では、HATの各行に対応するものを全て列挙している。例えば論文[9]で生成しているのは、チーム数9であることから、長さ9の列でH(ホームゲーム)またはA(アウェイゲーム)を8つ含み、B(パイすなわち休みを意味する)を1つ含むものである。これは $9 * 2^8 = 2,304$ 存在する。2,304通りのパターンをすべて生成し、それぞれにミラーリングを施す。このうち以下の制約を満たすパターンのみを残した結果、38種類のパターンが残ったと報告されている。

- 週末のH(ホームゲーム)が4回ある。
- 3連続H、3連続Aが無い(このときB(パイ)はAと見なす)。
- 週末のみ見たとき、3連続Hも3連続Aも無い。
- 最初の5週間の週末では、2つ以上のHか、Hが1つ以上Bが1つある。
- 最後に2つAが連続しない。

実は、まだいくつか複雑な制約があるが、紙面の都合上割愛する。

HAT生成部では、パターン生成部で生成された38パターンから9つを選んでHATを生成する。HATとなる必要条件としては、各日(各列)が4つのH、4つのA、1つのBからなる必要がある。38パターンから9つを選ぶ ${}_{38}C_9$ 通りの方法のうち、この条件を満たす選び方は17通りであった。生成は、以下の制約を満たす解を全て列挙す

ることによって行っている。

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{38} h_{ik} x_i &= 4 \quad (k \in \{1, 2, \dots, 9\}), \\ \sum_{i=1}^{38} a_{ik} x_i &= 4 \quad (k \in \{1, 2, \dots, 9\}), \\ \sum_{i=1}^{38} x_i &= 9, \\ x_i &\in \{0, 1\} \quad (i \in \{1, 2, \dots, 38\}). \end{aligned}$$

ただし、 $i \in \{1, 2, \dots, 38\}$ はパターン i の添え字、 x_i はパターン i を選ぶとき1となる0-1変数、0-1係数 h_{ik} はパターン i が k 日目にHならば1となり、0-1係数 a_{ik} はパターン i が k 日目にAならば1となるものである。

上記の制約を満たす解を1つ、整数計画法のソフトウェアを用いて求める。求まった解において1となっている添え字の集合を S_1 としたとき、 $\sum_{i \in S_1} x_i \leq 8$ という制約を追加して、制約を満たす解を新たに1つ求める。新たに求まった解において1となっている添え字の集合 S_2 に対し、 $\sum_{i \in S_2} x_i \leq 8$ という制約を更に追加し、制約を満たす解を新たに1つ求める。以下、制約を満たす解が新たに得られる限り、この手続きを繰り返す。

以上の手続きによって、全ての解を生成することが出来る。17通りのHATの生成にかかった時間は、Sun SPARC-20上のCPLEXを用いて1分程度であったと報告されている。

スケジュール生成部では、HAT生成部で得られた17のHATに対して、それぞれに対応する実行可能スケジュールをすべて列挙している。HAT生成部で得られたHATに対して、「対応する実行可能スケジュールが存在するか」をチェックする問題は、多項式時間で解けるかが未解決問題である。論文[9]では、実行可能スケジュールの存在判定問題を0-1整数計画問題として定式化し、整数計画法ソフトウェアでそれを解いている。詳細はここでは省くが、非常に素朴な定式化を行って、変数300個程度、制約式234本の0-1整数計画問題としている。HAT生成部と同様な方法を用い、結果として826通りの実行可能スケジュールが得られたと報告されている。計算時間はSun SPARC-20上のCPLEXを用いて10分程度であったと報告されている。

5.2 局所探索法

論文[12]では、実行可能スケジュールの空間を局所探索するという発見的解法を用いている。具体的には、実行可能スケジュールを1つ固定して、前節の「チーム名の割当問題」を全列挙で解き、実行可能スケジュールを少し変形させて、また「チーム名の割当問題」を全列挙で解く、という作業を繰り返し実行する。現在の実行可能ス

ケジュールより、「チーム名の割当問題」の最適値がより良い実行可能スケジュールが得られたら、実行可能スケジュールを更新する。実行可能スケジュールの変形には、以下に述べる2種類の方法を用いている。論文[12]において要求されているスケジュールが満たすべき制約は、

- ミラーリングを施した後のスケジュールに、3連続Hも3連続Aも無いこと。

だけである。

1つ目の変形方法は、現在の実行可能スケジュールの日を交換する方法である(例えば i 日目と j 日目の全試合を交換する)。ただし、Hが3日連続するあるいはAが3日連続するような交換は行わない。

2つ目の変形方法も、現在の実行可能スケジュールから適当な2日(例えば i 日目と j 日目)を選び、その2日の試合を変更する(他の日の試合は変更しない)ものである。ただし試合の変更は以下に述べる方法で行う(図5はチーム数8の場合)。

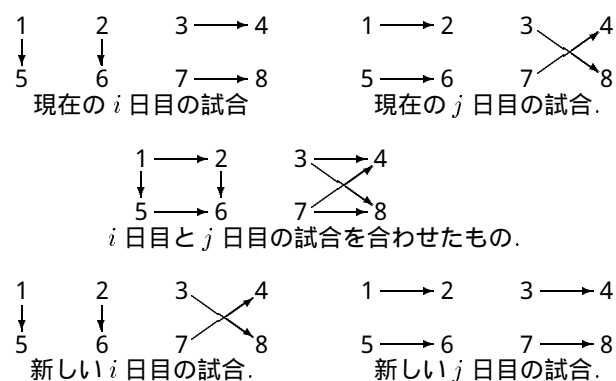


図5: スケジュールの変形。

ある日の試合は、図4で描いたようにチームを頂点とするグラフの(有向)完全マッチングで表される。ゆえに、2日分(i 日目と j 日目)の試合に対応する2つの完全マッチングをあわせると、頂点を共有しないサイクルの集まりとなる。サイクルが k 個のとき、各サイクル毎に2日分(i 日目と j 日目)の試合の内どちらを選ぶかで、 2^k 種類の実行可能スケジュールを生成することができる。(ただし 2^k のうち1つは現在の実行可能スケジュールである。)ここでも、Hが3日連続するあるいはAが3日連続するような交換は行わない。図5では、4種類存在する実行可能スケジュールの内の1つを新たな試合として選んでいる。(1つ目の変形方法は、2つ目の変形方法の $k=1$ の場合と見なすこともできる。)

6. おわりに

本稿では、 $2n$ チームが毎日 n 試合を平行に行い、 $2n - 1$ 日で総当り戦を行うスケジュールを作成する問題について、既往の研究の概説を行った。

第 4 節の 2 次割当問題は、チーム数が少ない場合は全列挙でも解くことは出来るが、第 5 節の解法のように何度も解く状況では、より高速な解法が必要であろう。第 5 節の、実行可能スケジュールの生成については、理論的に分かっていることが殆ど無く、これからの研究が待たれる。

第 4,5 節で詳述した論文 [9,12] では、「チーム名の割当」と「実行可能スケジュール生成」の 2 段階に分かれた解法を提案しているが、これを同時に取り扱うことによって、より速い解法が得られる可能性がある。この 2 本の論文は、使用した実際のデータが逐一掲載されており、他の研究者が継続研究することも可能と思われる。特に [12] は、著者らの提案したスケジュールが結局受け入れられず、その理由に依頼団体内部に力関係があったことを挙げるなど、臨場感あふれる記述で、事例研究の熱気を感じさせる論文である。

総当り戦のスケジュールリングでも、イギリスのクリケットリーグでは、1 日に行う試合数が 0 ~ 2 試合程度と決まっておらず、非常に長い期間内に全試合を行う。この問題では、各チームの試合間隔の公平さが重視される。このような問題についても、いくつかの発見的解法が提案されている [1,8,14,15]。特に [8] は、解法の詳細が数学的にきちんと書かれている。

さて、近年の日本の状況はどうなっているのだろう。昨年の J リーグのチーム合併といった事件を見ると、第 4.1 節の「地域の要請」といった目的関数が俄然現実味を帯びて見える。各競技団体では、魅力的な TV 放映日程やチームの移動費用といったことを考慮してスケジュールを組んでいるだろうか？ 見たい試合が TV 中継されないという苦情が、新聞の投稿欄のお決まりの話題であることは確かである。日本のスポーツ競技団体で実際に行われているスケジュールリング方法についての（個人的な要望でなく）専門的な分析が必要であろう。ここでも、OR の活躍が待たれている。

最後に、本稿をまとめるきっかけとなった論文 [9] の紹介をして下さった、東京大学工学部計数工学科の宮代隆平君に感謝します。

参考文献

- [1] J.R.Armstrong and R.J.Willis: Scheduling the cricket world cup – a case study. *Journal of Op-*

- erations Research Society*, **44** (1994), 1067–1072.
- [2] D.C.Blest and D.G.Fitzgerald: Scheduling sports competitions with a given distribution of times. *Discrete Applied Mathematics*, **22** (1988/89), 9–19.
- [3] E.Cela: *The Quadratic Assignment Problem* (Kluwer Academic Publishers, 1998).
- [4] D. de Werra: Geography, games and graphs. *Discrete Applied Mathematics*, **2** (1980), 327–337.
- [5] D. de Werra: Minimizing irregularities in sports schedules using graph theory. *Discrete Applied Mathematics*, **4** (1982), 217–226.
- [6] D. de Werra: On the multiplicities of divisions: the use of graphs for sports schedulings. *Networks*, **15** (1985), 125–136.
- [7] D. de Werra: Some models of graphs for scheduling sports competitions. *Discrete Applied Mathematics*, **21** (1988), 47–65.
- [8] J.A.Ferland and C. Fleurent: Computer aided scheduling for a sport league. *INFOR*, **29** (1991), 14–25.
- [9] G.L.Nemhauser and M.A.Trick: Scheduling a major college basketball conference. to appear in *Operations Research; Research report*, TLI-97-03(1997), The Logistics Institute, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, <http://tli.isye.gatech.edu/>.
- [10] P.M.Pardalos and H.Wolkowicz, eds.: *Quadratic Assignment and Related Problems* (DIMACS series, **16**, 1994).
- [11] K.G.Russell: Balancing carry-over effects in round robin tournament. *Biometrika*, **67** (1980), 127–131.
- [12] R.A.Russel and J.M.Y.Leung: Devising a cost effective schedule for a baseball league. *Operations Research*, **42** (1994), 614–625.
- [13] J.A.M.Schreuder: Combinatorial aspects of construction of competition Dutch professional football leagues. *Discrete Applied Mathematics*, **35** (1992), 301–312.
- [14] R.J.Willis and B.J.Terrill: Scheduling the Australian state cricket season using simulated annealing. *Journal of Operations Research Society*, **45** (1994), 276–280.
- [15] M.Wright: Timetabling county cricket fixtures using a form of tabu search: *Journal of Operations Research Society*, **45** (1994), 758–770.

スポーツのスケジューリング

松井 知己